

## Групповой поллинг при независимой активности сенсоров в несинхронизированных сетях мониторинга

И.И. Цитович\* \*\*, А.Н. Штохов\*

\* Научно-исследовательский университет Высшая школа экономики, Москва, Россия

\*\* Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Москва, Россия

Поступила в редколлегию 25.05.2016

**Аннотация**—В работе проводится исследование свойств группового опроса сенсоров сети мониторинга большого объёма для решения задачи идентификации активных сенсоров при использовании общего канала связи. Принципиальной особенностью рассматриваемой постановки задачи является отсутствие требования синхронизации времени активизации сенсоров. Здесь рассматривается случай, когда все сенсоры срабатывают независимо друг от друга. В отличие от синхронизированных сетей, в рассматриваемой постановке задача идентификации существенно усложняется, поскольку одному сенсору теперь будет соответствовать семейство кодов, различающихся сдвигом. Кроме того, возможна неправильная интерпретация получаемого сигнала, связанная с дискретизацией сигналов во времени. В работе будет показано, что наличие таких особенностей, тем не менее, позволяет сохранить главное свойство группового поллинга — логарифмическую зависимость длины сенсоров от общего числа сенсоров в сети.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** сеть мониторинга, сенсор, групповой поллинг, несинхронизированное время.

### 1. ВЕДЕНИЕ

Повсеместное проникновение беспроводных сетей передачи данных привело к качественному скачку в построении систем мониторинга и телеметрии. Эти системы все больше проникают во все сферы человеческой деятельности, что обусловлено также успехами микроэлектроники, приведшими к созданию недорогих сенсоров, передающих информацию о состоянии объектов. Современный беспроводные сенсорные сети (БСС) должны обеспечивать возможность контроля за состоянием различных систем, объектов и позволять обнаруживать нарушения в их функционировании за максимально короткое время. Здесь естественной единицей времени становится время реагирования на установленную чрезвычайную ситуацию (ЧС): время обнаружения активного сенсора, сообщающего об обнаружении ЧС, должно быть того же порядка. Вместе с тем, нужно стремиться, чтобы стоимость функционирования такого рода БСС была низкой, в то время как объём БСС может содержать тысячи и миллионы сенсоров. Принципы возможной организации и функционирования БСС активно исследуются в последнее время (см., например, [1], [2]). Методы обмена информацией между сенсорными пунктами оказывают существенное влияние на физическое устройство сенсоров, протоколы обмена информацией и др. В [3], [4] рассматривалась модель БСС, когда всем сенсорам предоставлялся общий канал для передачи сообщения о необходимости начать передачу информации о возникновении ЧС, и было установлено, что при выполнении определённых условий общее время обнаружения таких активных сенсоров может быть есть  $O(\log(t))$ , где  $t$  — общее количество сенсоров в сети. В основе предложенного в этих работах метода лежит групповой поллинг, когда активный сенсор по определённому правилу передаёт двоичный сигнал, при

этом одновременно могут передавать сигнал несколько сенсоров. Проведённые исследования показали эффективность предложенного метода идентификации активных сенсоров в сетях большой ёмкости и их устойчивость к ошибкам в канале передачи информации. Вместе с тем, предложенный метод базировался на предположении о синхронизации сигналов в сети: все сенсоры одновременно начинают передачу сообщений о наличии ЧС. Такое предположение технически трудно реализуемое в сетях, имеющих большое пространственное расположение и большую ёмкость. В настоящей работе рассматриваются особенности такого группового поллинга сенсоров с случае несинхронизированной БСС. Целью исследования является выяснение возможности адаптации метода, изложенного в [3], с сохранением свойства, что время обнаружения активных сенсоров будет  $O(\log(t))$ , но, возможно, с другой константой.

В разделе 2 приведена постановка задачи; при этом, по возможности, использовались обозначения из [3]. В разделе 3 приводится описание алгоритма “пофакторного” ([5]) обнаружения активных сенсоров. Это означает, что ищется не все множество активных сенсоров  $S$ , а каждый из его элементов отдельно.

В следующем разделе проводится исследование свойств метода пофакторного обнаружения активных сенсоров. Здесь показана возможность обнаружения активных сенсоров по данным наблюдений длины  $O(\log t)$ , где  $t$  — общее количество сенсоров в БСС. Вместе с тем, проведен анализ вычислительной сложности алгоритма определения активных сенсоров и показано, что для несинхронизированных БСС его реализация существенно труднее. Поэтому в конце раздела приводится описание алгоритма, который позволяет уменьшить вычислительную трудоемкость обнаружения активных сенсоров с теми же показателями качества.

Завершается работа выводами и рекомендациями об организации группового опроса сенсоров.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Пусть имеется БСС, содержащая  $t$  сенсоров из которых  $s$  должны передать информацию о возникшей ЧС: такие сенсоры будем называть активными, а остальные — пассивными. Необходимо за минимально возможное время определить активные сенсоры таким образом, чтобы средняя вероятность неправильного определения хотя бы одного из них не превосходила заданный уровень (все усреднения производятся по равномерному априорному распределению передающих сенсоров на множестве  $T = \{1, \dots, t\}$  (обозначаемому через  $\mathbf{P}$ )).

В данной задаче предполагается, что  $s \ll t$ . Такое предположение является естественным, если считать, что после обнаружения активного сенсора он начинает передавать телеметрическую информацию о ЧС с использованием других частотных каналов. Следовательно,  $s$  — это число одновременно возникших ЧС на относительно коротком интервале времени — времени обнаружения активных сенсоров.

Таким образом, имеется  $t$  сенсоров, состояние которых в момент времени  $u$  описывается переменными  $x_1, \dots, x_t$ , которые принимают значения 0 или 1; значение 0 означает, что соответствующий сенсор пассивен, т.е. не должен передавать информацию, значение 1 — что активен, т.е. должен передавать информацию. Среди этих переменных лишь переменные с номерами  $i_1, \dots, i_s$  принимают значения 1, а остальные равны 0. Неупорядоченное множество активных сенсоров обозначим через  $S$ .

Для идентификации сенсоров каждый из них получает свой профиль передаваемого сигнала, представляющий собой передачу сигнала в течение времени  $\Delta$  или молчание, которые далее интерпретируются как 1 и 0. Таким образом, в соответствии с обозначениями [3], сенсору соответствует вектор  $\mathbf{a} = (a^1, \dots, a^N)$ , состоящий из 0 и 1, называемый далее кодом сенсора,  $N$  — длина кода. Поэтому получаем набор векторов  $\mathbf{a}_i, i = 1, \dots, t$ , которые формируют матрицу опросов  $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_i, i = 1, \dots, t)$ . В [3] показано, что при построении матрицы  $\mathbf{A}$  можно

использовать случайные матрицы, где элементы  $a_i^j$  — независимые случайные булевы величины, принимающие значение 1 с вероятностью  $p^0$ . Значение  $p^0$  выбирается таким образом, чтобы обеспечить максимальную информативность наблюдений (см. (2)).

Как следует из [5], асимптотически оптимальной (при стремлении к 0 вероятности неправильного определения активных сенсоров) матрица опросов получается при использовании случайной матрицы, в которой значения 1 в матрице опроса выбираются независимо друг от друга с вероятностью  $p^0$ , где  $p_0 = 1 - (1 - p_0)^{s_0}$  обеспечивает достижение пропускной способности  $C$  двоичного канала с переходной матрицей  $\mathbf{W}$ ;

$$C = 1 - p_0 h(\beta_0) - (1 - p_0) h(\beta_1), \tag{1}$$

где

$$h(\alpha) = -(\alpha \log(\alpha) + (1 - \alpha) \log(1 - \alpha)), 0 < \alpha < 1,$$

$$p^0 = 1 - \sqrt[s_0]{\frac{\frac{1}{2} - \beta_0}{1 - \beta_0 - \beta_1}}. \tag{2}$$

Здесь  $s_0$  — предполагаемое число активных сенсоров, матрица

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 1 - \beta_0, & \beta_0 \\ \beta_1, & 1 - \beta_1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

отвечает за вероятности неправильной интерпретации результата наблюдения на соответствующем временном интервале длины  $\Delta$ .

При синхронизации времени начала передачи сообщений получаем профиль сигнала для  $i$ -го сенсора при непрерывном времени:

$$a_i(u) = a_i^j, \text{ если } \Delta(j - 1) \leq u < \Delta j, \tag{4}$$

для временного интервала  $U_0 = N\Delta$ . Далее сенсор продолжает повторять сигнал до момента идентификации сенсора, после чего сенсор перестаёт передавать этот сигнал и переключается в другой режим работы.

В случае несинхронизированной БСС временем начала передачи сообщений  $i$ -м активным сенсором будет случайная величина  $u_i, i = 1, \dots, s$ . Кроме того, из-за возможной неправильной интерпретации посылаемого и получаемого сигналов, предлагается повторять каждый символ кода  $\mathbf{a}_i$   $k$  раз. После момента времени  $u_i + U, U = Nk\Delta$ , сенсор повторяет сигнал заново и т.д. Поэтому форма передаваемого сенсором сигнала теперь будет иметь вид

$$a_i(u) = \begin{cases} 0, & \text{если } u < u_i, \\ a_i^j, & \text{если } u_i + (j - 1)k\Delta \leq u < u_i + jk\Delta, j = 1, \dots, N, \\ a_i^j, & \text{если } u_i + (N + j - 1)k\Delta \leq u < u_i + (N + j - 1)k\Delta, \\ & j = 1, \dots, N, \\ \text{и т.д.} \end{cases} \tag{5}$$

Время обнаружения активного сенсора будет порядка  $U$ , а поскольку  $\Delta$  — это доли секунды, поэтому величина  $s$  должна быть небольшой даже для больших по количеству сенсоров БСС. Величина  $s$  имеет распределение Пуассона с параметром  $s_0 = tp$ , где  $p$  — вероятность возникновения ЧС в окрестности сенсора.

Групповой опрос состоит в том, что принимается одновременно сигнал от нескольких источников. Он задается с помощью вектора  $(a_1^j, \dots, a_t^j)$ , где  $j$  — номер опроса. Значение  $a_i^j = 1$

означает, что  $i$ -й сенсор участвует в опросе, а  $a_i^j = 0$  означает, что  $i$ -й сенсор не участвует в опросе. Таким образом, сенсоры с  $a_i^j = 1$  образуют группу сенсоров, участвующих в  $j$ -м опросе. В случае синхронизированной БСС, если в группе опрашиваемых сенсоров имеется хотя бы один активный, то мы наблюдаем наличие сигнала, который интерпретируем как 1, а если в группе нет ни одного активного источника, то от нее не поступает ни одного сигнала, что интерпретируется как 0. Таким образом, в качестве ответа сенсоров  $j$ -ой группы сформируется результат

$$f_j = (a_1^j \wedge x_1) \vee \dots \vee (a_t^j \wedge x_t), \quad (6)$$

где  $\wedge$  — булево произведение,  $\vee$  — булева сумма.

В случае несинхронизированной по времени БСС ситуация изменяется: не только сигнал от сенсора становится функцией времени, но и  $x_i = x_i(u)$ , причем  $x_i(u) = 1$  после момента  $u_i$  и до момента обнаружения этого сенсора как активного. В остальные моменты времени  $x_i(u) = 0$ . Поэтому дискретная последовательность  $f_j$  из (4) превращается в функцию

$$f(u) = (a_1(u) \wedge x_1(u)) \vee \dots \vee (a_t(u) \wedge x_t(u)). \quad (7)$$

Далее производится дискретизация сигнала: на  $j$ -ом временном интервале

$$f_j = \begin{cases} 1, & \text{если } f(u) \equiv 1, \\ 0, & \text{если } f(u) \equiv 0, \\ nil, & \text{если } \exists u_1, u_2 : f(u_1) \neq f(u_2). \end{cases} \quad (8)$$

Таким образом, часть информации оказывается потерянной, поскольку на интервалах, где происходило переключение сигнала сенсора, результат может быть определен некорректно. Это произойдет на тех интервалах, где все сигналы от сенсоров равны 0, а один меняет значение с 0 на 1 или наоборот. Поэтому вводится дискретизация сигнала  $a_i(u)$  следующим образом:

$$\hat{a}_i(j) = \begin{cases} 1, & \text{если } a_i(u) \equiv 1, \\ 0, & \text{если } a_i(u) \equiv 0, \\ nil, & \text{если } \exists u_1, u_2 : a_i(u_1) \neq a_i(u_2) \end{cases} \quad (9)$$

для значений  $u$  из  $j$ -го  $\Delta$ -интервала. Такие обозначения позволяют получить из (7) аналог формулы (6)

$$f_j = (\hat{a}_1(j) \wedge x_1) \vee \dots \vee (\hat{a}_t(j) \wedge x_t), \quad (10)$$

где  $1 \vee nil \equiv 1$  и  $0 \vee nil \equiv nil$ .

Пример, иллюстрирующий формулы (8) и (9), приведен на рис., где рассмотрены 3 активных сенсора с кодами длиной  $N = 4$  и числом повторений кодового символа  $k = 3$ . Первый сенсор имеет код  $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 1, 0)$ , а его расширенный код станет  $(1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0)$ , поэтому  $\hat{\mathbf{a}}_1 = (nil, 1, 1, nil, 0, 0, nil, 1, 1, nil, 0, 0, nil, 1, \dots)$  с учетом циклического повторения кода и того факта, что в начальный момент передачи сигнала происходит переключение с 0 на 1. Второй сенсор имеет код  $\mathbf{a}_2 = (0, 1, 0, 0)$ , расширенный код —  $(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ , поэтому  $\hat{\mathbf{a}}_2 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, nil, 1, 1, nil, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \dots)$ . Здесь число потерянных символов оказалось меньше, поскольку происходит меньше переключений в коде  $\mathbf{a}_2$ . Третий сенсор имеет код  $\mathbf{a}_3 = (1, 0, 0, 1)$ , а расширенный код —  $(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1)$ , поэтому  $\hat{\mathbf{a}}_3 = (nil, 1, 1, nil, 0, 0, 0, 0, 0, nil, 1, 1, 1, \dots)$ . Первый сенсор начинает передавать сигнал на первом временном интервале, второй — на четвертом и третий — на втором. Результат наблюдений

ний  $\mathbf{f} = (nil, 1, 1, 1, nil, 0, nil, 1, 1, nil, nil, 1, 1, 1, \dots)$ . Следовательно мы наблюдаем в качестве результата 1 символ 0, 8 символов 1 и 5 символов *nil*.

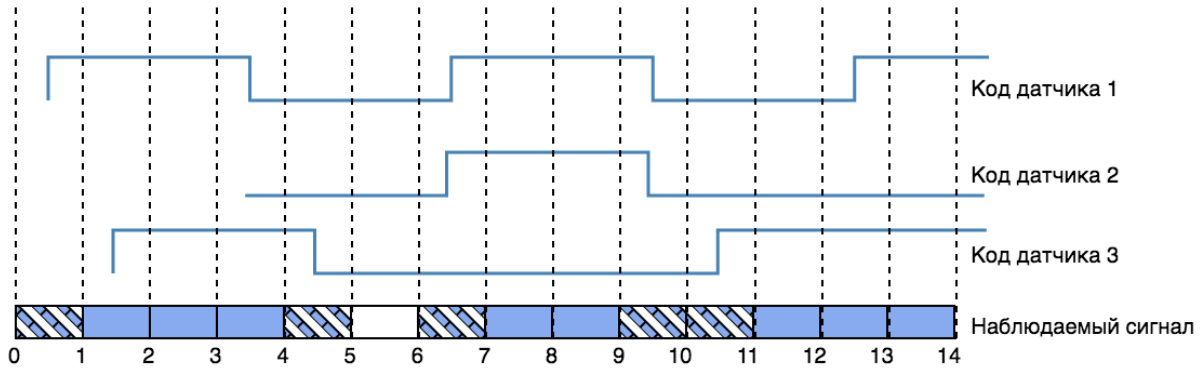


Рис. Вид сигнала при наличии 3 активных сенсоров,  $N = 4, k = 3$

Предполагается, что в сети возможны ошибки при передаче информации. Это означает, что значение функции  $f_j$  известно с некоторой ошибкой: при каждом опросе происходит искажение результата независимо от других опросов в соответствии со стохастической матрицей переходов (3) где  $\beta_0$  — вероятность искажения приема 0 (т.е. результат интерпретируется как наблюдаемое значение 1 вместо 0), а  $\beta_1$  — вероятность искажения приема 1 (т.е. наблюдается значение 0 вместо 1). Поэтому результат  $j$ -го опроса будет  $g_j$ , который принимает значения 0 или 1 в соответствии с матрицей  $\mathbf{W}$  независимо от значений в других наблюдениях при условии, что значения  $\mathbf{f}$  фиксированы.

Для решения задачи идентификации активных сенсоров необходимо получить алгоритм определения множества  $S$  на основании наблюдений  $g_1, \dots, g_{Nk}$  при, желательно, наименьших значениях  $N$  и  $k$ . В качестве критериев качества решения задачи рассматриваются средние значения вероятностей ошибок:  $P_1 = 1 - \mathbf{P}(\hat{S} \supseteq S)$  — вероятность того, что все активные сенсоры найдены, но, возможно, в качестве активных выделено некоторое количество неактивных сенсоров, и  $P_2 = 1 - \mathbf{P}(\hat{S} = S)$  — вероятность несовпадения фактического множества активных сенсоров  $S$  и найденного с помощью предложенного алгоритма  $\hat{S}$ . Кроме того, важной характеристикой будет  $\bar{s}$  — среднее число сенсоров, идентифицированных как активные.

### 3. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА ПОФАКТОРНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ АКТИВНЫХ СЕНСОРОВ

В рассматриваемой сейчас ситуации с несинхронизированной БСС задача идентификации активных сенсоров становится сложнее. Первое обстоятельство состоит в том, что сейчас при сравнении наблюдаемой последовательности результатов опросов с кодом сенсора необходимо иметь ввиду, что код сенсора известен с точностью до циклического сдвига. Поэтому одному сенсору соответствует “облако” из  $Nk$  кодов. Это означает, что фактически при кодировании сенсоров нужно строить матрицу  $\mathbf{A}$  в расчёте не на  $t$  сенсоров, а на  $tNk$  сенсоров, т.е. длина кода увеличится. При построении матрицы  $\mathbf{A}$  нужно вычислять расстояние Хемминга между облаками кодов для обеспечения опроса, позволяющего идентифицировать активные сенсоры с заданной точностью. Вычислительная сложность так же возрастает, поскольку нужно искать наилучший код из облака кодов сенсора для идентификации активного сенсора.

Второе обстоятельство состоит в следующем: наблюдаемый непрерывный сигнал  $g(u)$  преобразуется в дискретный  $g_1, g_2, \dots$  в соответствии с правилом (8); получающиеся дискретные наблюдения принимают три значения 0, 1 и неинформативное *nil*. Кроме того, сейчас неизвестно начало передачи сообщения сенсором, поэтому нужно анализировать все последовательные

“окна” наблюдений длины  $Nk$ :  $g_{l+1}, \dots, g_{l+Nk}$  —  $l$ -е окно наблюдений. Так же, часть наблюдений вектора  $g_{l+1}, \dots, g_{l+Nk}$  будут неинформативными в зависимости от кода сенсора и его сдвига в соответствии с формулой (10).

Алгоритм обнаружения активных сенсоров основывается на сравнении логарифмов аналогов отношения правдоподобия для активного и неактивного сенсоров. Для  $l$ -го окна данных наблюдений для сенсора  $i$  и циклического сдвига его кода на  $m$  позиций будет вычисляться статистика  $L(i, l, m)$ .

Поскольку моменты начала интервалов дискретизации поступившего сигнала, как правило, не совпадают с моментами изменения сигнала активного сенсора, то возрастает неопределённость в передаваемом сенсором сигнале по сравнению с аналогичным эффектом, рассмотренном в предыдущем разделе. Поэтому для задачи идентификации активных сенсоров вводятся векторы  $\tilde{\mathbf{a}}_i = (\tilde{a}_i^1, \dots, \tilde{a}_i^{Nk})$  для указания тех позиций в коде, которые могут быть неправильно переданы: если  $a_i^j = a_i^{j+1}$ , то  $\tilde{a}_i^{(j-1)k+1} = \tilde{a}_i^{(j-1)k+2} = \dots = \tilde{a}_i^{jk} = \tilde{a}_i^{jk+1} = a_i^j$ , иначе  $\tilde{a}_i^{(j-1)k+1} = \tilde{a}_i^{(j-1)k+2} = \dots = \tilde{a}_i^{jk-1} = a_i^j$  и  $\tilde{a}_i^{jk} = \tilde{a}_i^{jk+1} = \text{null}$ ,  $j = 1, \dots, N-1$ . Для  $j = N$ , если  $a_i^N = a_i^1$ , то  $\tilde{a}_i^{(N-1)k+1} = \tilde{a}_i^{(N-1)k+2} = \dots = \tilde{a}_i^{Nk} = \tilde{a}_i^1 = a_i^N$ , иначе  $\tilde{a}_i^{(N-1)k+1} = \tilde{a}_i^{(N-1)k+2} = \dots = \tilde{a}_i^{Nk-1} = a_i^N$  и  $\tilde{a}_i^{Nk} = \tilde{a}_i^1 = \text{null}$ .

На основании представленных данных вычисляем величины:

- $x_{00}(i, l, m)$  — число наблюдений, когда сигнал сенсора  $\tilde{a}_i^{(j+m) \bmod Nk} = 0$ , а выходной сигнал  $\hat{g}_{(j+l) \bmod Nk} = 0$ ,  $j = 1, \dots, Nk$ ;
- $x_{11}(i, l, m)$  — число наблюдений, когда сигнал сенсора  $\tilde{a}_i^{(j+m) \bmod Nk} = 1$ , а выходной сигнал  $\hat{g}_{(j+l) \bmod Nk} = 1$ ,  $j = 1, \dots, Nk$ ;
- $x_{01}(i, l, m)$  — число наблюдений, когда сигнал сенсора  $\tilde{a}_i^{(j+m) \bmod Nk} = 0$  или  $nil$ , а выходной сигнал  $g_{(j+l) \bmod Nk} = 0$  или  $nil$ ,  $j = 1, \dots, Nk$ ;
- $x_{10}(i, l, m)$  — число наблюдений, когда сигнал сенсора  $\tilde{a}_i^{(j+m) \bmod Nk} = 1$ , а выходной сигнал  $g_{(j+l) \bmod Nk} = 1$  или  $nil$ ,  $j = 1, \dots, Nk$ .

Для вычисления аналога логарифма отношения правдоподобия используются веса как и в [3], хотя теперь символы кода сенсора уже не являются независимыми случайными величинами:

$$\begin{aligned} a_{10} &= \log \frac{\beta_1}{1 - \beta_0 - p^*(1 - \beta_0 - \beta_1)}, \\ a_{11} &= \log \frac{1 - \beta_1}{\beta_0 - p^*(1 - \beta_0 - \beta_1)}, \\ a_{01} &= \log \frac{\hat{p}(1 - \beta_0 - \beta_1) + \beta_0}{p^*(1 - \beta_0 - \beta_1) + \beta_1}, \\ a_{00} &= \log \frac{1 - \beta_0 - \hat{p}(1 - \beta_0 - \beta_1)}{1 - \beta_0 - p^*(1 - \beta_0 - \beta_1) + \beta_1}, \end{aligned}$$

где  $\hat{p} = 1 - (1 - p_0)^{s_0-1}$ ,  $p^* = 1 - (1 - p_0)^{s_0}$ . Таким образом

$$L(i, l, m) = a_{00}x_{00}(i, l, m) + a_{01}x_{01}(i, l, m) + a_{10}x_{10}(i, l, m) + a_{11}x_{11}(i, l, m).$$

Аналогично [3] определяется порог принятия решения и если

$$\max_{l=0, \dots, Nk} \max_{m=1, \dots, Nk} \frac{L(i, l, m)}{N(i, l, m)} > L_0, \quad (11)$$

где  $N(i, l, m) = x_{00}(i, l, m) + x_{01}(i, l, m) + x_{10}(i, l, m) + x_{11}(i, l, m)$  — число позиций, когда и код сенсора и результат наблюдений были значимыми, то  $i$ -ый сенсор считаем активным.

4. СВОЙСТВА АЛГОРИТМА

Из [5] следует, что нижняя граница для требуемого числа опросов  $N_0 = s_r \frac{\log_2(t)}{C}$ . В рассматриваемой ситуации поиска активных сенсоров значение  $s_r$  не известно, а используется априорное предположение о его значении  $s_0$ . Поэтому важно установить, как ошибка в определении  $s_r$  влияет на качество предложенного алгоритма.

Если справедливо предположение, что  $i$ -й сенсор активен, то аналогично соответствующему результату из [3] получаем, что

$$\begin{aligned} E_{s_r} L(i, l, m) = N(i, l, m) & \left( a_{00}(1 - p_0)(1 - \beta_0 - \hat{p}(1 - \beta_0 - \beta_1)) + a_{10}p_0\beta_1 + \right. \\ & \left. + a_{01}(1 - p_0)(\hat{p}(1 - \beta_0 - \beta_1) + \beta_0) + a_{11}p_0(1 - \beta_1) \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Если же справедливо предположение, что  $i$ -й сенсор неактивен, то

$$\begin{aligned} E_{s_r} L(i, l, m) = N(i, l, m) & \left( a_{00}(1 - p_0)(1 - \beta_0 - p^*(1 - \beta_0 - \beta_1)) + \right. \\ & \left. + a_{10}p_0(1 - \beta_0 - p^*(1 - \beta_0 - \beta_1)) + a_{01}(1 - p_0)(p^*(1 - \beta_0 - \beta_1) + \beta_0) + \right. \\ & \left. + a_{11}p_0(\beta_0 + p^*(1 - \beta_0 - \beta_1)) \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь знак  $E_{s_r}$  обозначает среднее значение, вычисленное в предположении, что имеется равномерное распределение на множестве возможных значений номеров активных сенсоров, если их количество равно  $s_r$ , поэтому  $\hat{p}$  и  $p^*$  вычисляются в предположении, что  $s_r = s_0$ , а  $p_0$  в соответствии со значением  $s_r$ .

Отметим, что в (12) величины  $\frac{E_{s_r} L(i, l, m)}{N(i, l, m)}$  положительные, а в (13) величины  $\frac{E_{s_r} L(i, l, m)}{N(i, l, m)}$  отрицательные. Поэтому можно выбрать порог  $L_0$  таким образом, что ошибки первого и второго рода будут экспоненциально малыми, т.е. предложенный метод идентификации активных сенсоров обеспечивает решение задачи с заданной точностью используя логарифмическую по  $t$  длину кода.

Проанализируем теперь вычислительную сложность задачи. Ранее при поступлении очередной порции данных наблюдений длины  $N$  проводилась их обработка, которая требовала  $O(N)$  операций.

Теперь при реализации предложенного алгоритма прямым способом, очевидно, сложность операции декодирования сигнала, а также определения статуса активности сенсора будет  $O(N^3 k^3)$ , поскольку при появлении очередного наблюдения возникает новое окно наблюдений, когда можно принимать решение и вычислять значения  $L(i, l, m)$  и  $N(i, l, m)$  при всех значениях  $l$  и  $m$ . Например, при  $t = 10^6$ ,  $k = 4$   $Nk \sim 10^3$  и число требуемых операций возрастает примерно в  $10^6 - 10^7$  раз. Следовательно необходима оптимизация вычислений для обеспечения решения задачи идентификации активных сенсоров в on-line режиме.

Рассмотрим один из возможных подходов, позволяющий упростить вычисления при сохранении качества решающего правила. Основная часть сенсоров являются неактивными. Количество неактивных сенсоров  $t - s$ . Для них комбинация 10 (когда символ кода сенсора 1, а наблюдается сигнал 0) будет встречаться часто (в среднем с вероятностью  $p_0$ ), а для активных сенсоров такая комбинация возникает редко (с вероятностью  $\beta_1$ ). Вклад таких комбинаций в статистику  $L(i, l, m)$  будет с большим отрицательным весом  $a_{10}$ . Следовательно, если использовать характеристику  $x_{10}(i, l, m)$ , то величина

$$L_{10}(i, l) = \min_m x_{10}(i, l, m)$$

является хорошим показателем для обнаружения неактивных сенсоров на основании  $l$ -о окна наблюдений. Для активных сенсоров  $\mathbf{E}L_{10} \leq Nk\beta_1$ , поэтому установив порог  $A > Nk\beta_1$  при

использовании критерия: если

$$L_{10} > A, \quad (14)$$

то сенсор неактивный, вероятность отнесения активного сенсора в неактивным будет экспоненциально по  $N$  мала. Если  $A < \beta_1$ , то число неактивных сенсоров, не удовлетворяющих условию  $L_{10} > A$ , будет  $O(t^\gamma)$ ,  $\gamma = \gamma(A) < 1$ , причём  $\gamma(A)$  — убывающая функция  $A$ .

Задача вычисления статистики  $L_{10}$  — это хорошо известная в биоинформатике задача выравнивания последовательностей (правда, сейчас нужно искать наилучшее выравнивание) и для неё решения разработаны различные алгоритмы (см., например, [6]). Если воспользоваться алгоритмом БПФ (быстрого преобразования Фурье) для перемножения многочленов, то алгоритм вычисления статистики  $L_{10}$  имеет сложность  $O(Nk \log(Nk))$ .

Для этого построим два массива бит  $\tilde{\mathbf{a}}$  и  $\tilde{\mathbf{g}}$ :

По  $Nk$  наблюдаемым значениям результирующего сигнала построим битовый массив  $\tilde{g}_i$ ,  $i = 0, \dots, Nk - 1$ , такой что:

$$\tilde{g}_i = \begin{cases} 1, & \text{если } g_{Nk-1-i} = 0, \\ 0, & \text{если } g_{Nk-1-i} = 1 \text{ или } g_i = nil. \end{cases} \quad (15)$$

Для анализируемого кода сенсора построим битовый массив  $\tilde{a}_i$ ,  $i = 0, \dots, 2Nk - 1$ , такой что:

$$\tilde{a}_i = \begin{cases} 1, & \text{если } \tilde{a}_i = 1, i = 0, \dots, Nk - 1, \\ 0, & \text{если } \tilde{a}_i = 1 \text{ или } \tilde{a}_i = nil, i = 0, \dots, Nk - 1, \\ \tilde{a}_{i-Nk}, & i = Nk, \dots, 2Nk - 1. \end{cases} \quad (16)$$

Для полученных массивов (16) и (15) построим многочлены  $P_{\tilde{a}}(x)$  и  $P_{\tilde{g}}(x)$ :

$$P_{\tilde{a}}(x) = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 x + \dots + \tilde{a}_{2Nk-1} x^{2Nk-1},$$

$$P_{\tilde{g}}(x) = \tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 x + \dots + \tilde{g}_{Nk-2} x^{Nk-2} + \tilde{g}_{Nk-1} x^{Nk-1}.$$

Рассмотрим многочлен  $P_{\tilde{g}\tilde{a}}(x) = P_{\tilde{a}}(x)P_{\tilde{g}}(x)$ . Коэффициент при  $x^{Nk-1+m}$ ,  $m = 1, \dots, Nk$ , многочлена  $P_{\tilde{g}\tilde{a}}(x)$  суть следующая сумма:

$$\tilde{g}\tilde{a}_m = \sum_{j=0}^{Nk-1} \tilde{g}_j \tilde{a}_{Nk+m-j}.$$

В данной сумме ненулевые значения имеют только те слагаемые, которые получаются из произведения ненулевого множителя  $\tilde{g}_j$  и ненулевого множителя  $\tilde{a}_{m+j}$ , т.е. коэффициент  $\tilde{g}\tilde{a}_m$  есть сумма соответствий значения 0 в массива  $\mathbf{g}$  и значения 1 в массиве  $\tilde{\mathbf{a}}$ , поэтому

$$L_{10}(i, l) = \min_m \tilde{g}\tilde{a}_m,$$

если в качестве  $\tilde{\mathbf{a}}$  использовался код  $i$ -го сенсора, а в качестве  $\mathbf{g}$  —  $l$ -е окно наблюдений.

Следовательно, применение алгоритма, который сначала отсеивает сенсоры с использованием правила (14), а к оставшимся применяет правило (11), на основании которого определяет активные сенсоры, позволяет снизить вычислительную сложность до  $O(N^2 k^2 \log(Nk))$ , что уже может обеспечить приемлемость алгоритма для идентификации активных сенсоров в режиме on-line.



## 5. ВЫВОДЫ

1. Для несинхронизированных БСС с большим количеством сенсоров и общим каналом связи с центральным диспетчерским пунктом сохраняется возможность организации сообщений таким образом, чтобы время обнаружения активных сенсоров было порядка логарифма от общего числа сенсоров в сети.
2. Сложность обработки информации для определения активных сенсоров в несинхронизированных БСС существенно возрастает по сравнению с синхронизированными БСС. Поэтому становится актуальной задача разработки эффективных алгоритмов идентификации активных сенсоров.
3. Предложенный в работе алгоритм на основе БПФ позволяет существенно уменьшить время, необходимое для определения активных сенсоров в несинхронизированных БСС.
4. Необходимо проводить исследования по организации вычислений таким образом, чтобы затраты на обработку информации были меньше, чем стоимость развертывания БСС.
5. Использование метода “пофакторного” декодирования позволяет использовать коды различной длины для сенсоров, что позволяет использовать более эффективные коды, чем предложенные в настоящей работе, и, следовательно, сократить затраты на обработку информации при идентификации активных сенсоров.
6. Необходимо провести исследование устойчивости алгоритмов к нарушениям в значениях параметров рассматриваемой модели БСС, например эффектов, рассматриваемых в [4].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dargie W., Poellabauer C. *Fundamentals of wireless sensor networks: theory and practice*. John Wiley and Sons (2010).
2. Sohraby K., Minoli D., Znati T. *Wireless sensor networks: technology, protocols, and applications*. John Wiley and Sons (2007).
3. Маликова Е.Е., Цитович И.И. Метод группового поллинга при независимой активности датчиков в сетях мониторинга. *Информационные процессы*. Т. 11, № 2. 2011. С. 291–303.
4. Маликова Е.Е., Цитович И.И. Исследование эффективности группового поллинга при зависимой активности датчиков в сетях мониторинга *Информационные процессы*. Т. 11, № 2. 2011. С. 304–310.
5. Малютов М.Б. Нижние границы для средней длины последовательного планирования экспериментов. *Известия вузов. Математика*. 1983. Т. 27, № 11. С. 19–41.
6. Gusfield D. *Algorithms on Strings, Trees and Sequences. Computer Science and Computational Biology*. Cambridge University Press (1997).

## Group Polling Upon the Independent Activity of Sensors in Unsynchronized Monitoring Networks

I. I. Tsitovich, A. N. Shtokhov

In this paper, we consider the properties of group polling for an alarm sensors detection in large monitoring networks with independently working sensors that use a common channel. In contrast with the previous papers we investigate the method of group polling for networks with unsynchronized time. In this case, the problem of alarming sensors identification is more complicated; every sensor corresponds a set of all cyclic shifts of its previous code. Moreover, output signal may be detected incorrectly. We show that under this obstacles we can save the main property of the group polling: the time of alarming sensor identification is the logarithm of the network number of sensors.

**KEYWORDS:** monitoring network, sensor, group polling, unsynchronized time.