

Математическое моделирование сетевых узлов и топологий современных сетей передачи данных

В. М. Антонова^{*,**}, И. Г. Бужин^{*}, В. С. Гнездилов^{*}, Н. А. Гречишкина^{**},
Н. А. Кузнецов^{**}, Ю. Б. Миронов^{*}

**Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия;*

***Институт радиотехники и электроники (ИРЭ) Российской академии наук, Москва, Россия;*

Поступила в редколлегию 10.03.2024 г. Принята 15.04.2024 г.

Аннотация—Разработаны математическая и имитационная модели сетевых узлов и простейших топологий современных сетей передачи данных. Описана функциональная модель современного сетевого узла, разработана его математическая модель. Разработана имитационная модель топологии состоящей из сетевых узлов для оценки вероятностных и временных показателей качества обслуживания сети связи. На основании имитационной модели получен график зависимости вероятности потерь пакетов от скорости поступления пакетов для исследуемой топологии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: математическое моделирование, сетевой узел, имитационное моделирование, показатели качества обслуживания.

DOI: 10.53921/18195822_2024_24_1_84

1. ВВЕДЕНИЕ

Для исследования влияния особенностей функционирования информационных систем и сетей на качество обслуживания и надежность применяют методы математического моделирования. Теория моделирования описывает многообразие математических методов и способов для адекватного задания модели исследуемой системы.

Большинство информационных систем и сетей моделируются с использованием методов теории вероятности и случайных процессов [1–3]. В частности, одним из широко применяемых методов, является теория массового обслуживания (ТМО). Данная теория позволяет с помощью вероятностных методов произвести аналитические расчеты выходных характеристик качества обслуживания информационных систем и сетей. При невозможности получения точных аналитических результатов теория массового обслуживания позволяет применять численный метод — теорию марковских случайных процессов, а также статистический метод — имитационное моделирование.

При применении теории массового обслуживания устройства описываются в виде систем массового обслуживания (СМО), на которые подаются случайные потоки информационных пакетов. В таких системах могут иметь место очереди и отказы в обслуживании. Для описания функционирования нескольких устройств, соединенных в сеть, применяют сети массового обслуживания (СеМО) — совокупность СМО, объединенных общими стохастическими процессами.

В данной статье предлагается математическая модель современного сетевого узла (коммутатора, маршрутизатора) для оценки вероятностных и временных характеристик качества обслуживания, а также имитационная модель топологии сети передачи данных, состоящих из сетевых узлов.

2. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ СЕТЕВОГО УЗЛА

Рассмотрим сеть связи с коммутацией пакетов. Сетевой узел сети передачи данных представляет собой телекоммуникационное устройство для передачи IP-трафика (коммутаторы, маршрутизаторы и т. д.). Функционально сетевой узел будет состоять из 3 основных составляющих (рис. 1) – входная и выходная линейные карты и блок обработки (фабрика коммутации).

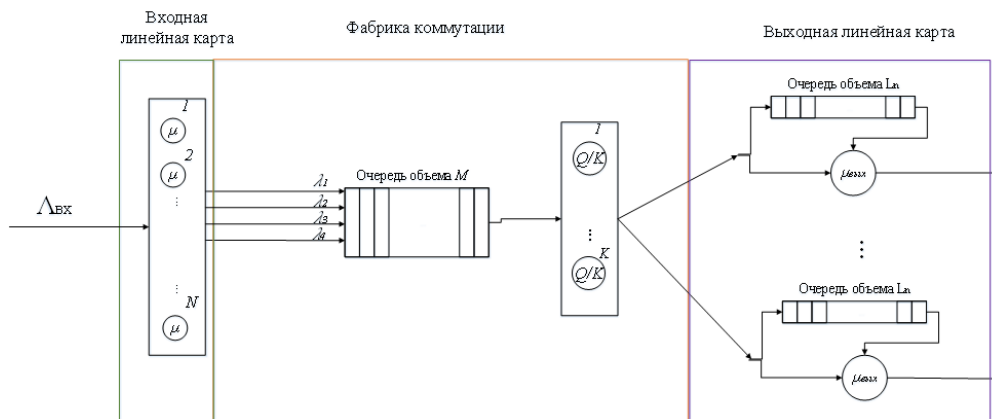


Рис. 1. Функциональная модель сетевого узла

Входная линейная карта представляет собой набор входных портов устройства, задачей которых является принятие сигнала на порту и его передача на дальнейшую обработку. Математическая модель данного блока будет представлять собой СМО из N обслуживающих устройств со скоростями, равными скорости входных портов. Входной поток представляет собой случайный поток вызовов.

Далее пакеты поступают на **блок обработки (фабрику коммутации)**, где происходит считывание заголовков, действия над пакетами, адресация на нужный выходной порт. Производительность данного блока определяется общей производительностью устройства. Данный блок в рамках теории массового обслуживания представляет собой СМО с ограниченной очередью объема M и приборами обслуживания, которые моделируют вычислительный комплекс с производительностью Q МВ/с, на вход которого поступают i случайных потоков разнотипных заявок с интенсивностями λ_{1_i} , которые занумерованы в порядке убывания важности (критичности) заявок.

Далее вызовы поступают на **выходную линейную карту**. Здесь трафик помещается в выходные порты. Каждый порт представляет СМО с обслуживающим устройством со скоростью выходного порта. В случае невозможности передачи трафика на выходной порт (необходимость синхронизации, перегрузка порта и т. д.), пакет помещается в буфер ограниченной емкости.

На основании данной функциональной модели возможно разработать математическую модель.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЕТЕВОГО УЗЛА СЕТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

В рамках данной статьи используется термин заявка, которая при моделировании пакетной сети связи эквивалентна IP-пакету. Предполагается, что в общем потоке интервалы времени между поступлениями IP-пакетов представляют собой независимые случайные величины. Для

их аппроксимации используется экспоненциальное распределение, следовательно, этот поток является пуассоновским. Таким образом, трафик от информационных сервисов в сеть передачи данных представляет собой входящие потоки заявок в систему, которые характеризуются случайными моментами поступления заявок в систему, т. е. является случайным потоком.

Случайный поток $\{\tau_k, k \geq 1\}$ на интервале времени $[0, \infty)$ представляет собой неубывающую последовательность случайных моментов времени τ_1, τ_2, \dots , наступления некоторых событий.

Случайный поток называется пуассоновским потоком, если выполняются свойства стационарности, ординарности и отсутствия последействия. Обозначим за λ – интенсивность входного пуассоновского потока. Для моделирования информационных потоков в сети передачи данных с целью оценки вероятностей потерь и временных характеристик на сети, а также оценки пропускной способности сети входные потоки будут пуассоновскими с различными интенсивностями (скоростями) поступления и разными длинами пакетов.

Входная линейная карта представима в виде многолинейного устройства из N полнодоступных обслуживающих портов. На данное устройство поступает несколько пуассоновских случайных потоков с интенсивностями $\lambda_i, i = 1, \dots, S_K$ (потоки от соседних сетевых узлов и абонентских устройств). Общая интенсивность входного потока на устройство: $\lambda = \sum \lambda_i$. Обозначим $\rho = \lambda/\mu$ – средняя нагрузка на систему.

Пусть $X(t)$ – случайный процесс, описывающий функционирование системы (число пакетов, обслуживаемых линейным устройством в момент $t, t \geq 0$). Пространством состояний для случайного процесса $X(t)$ является множество $I = \{0, 1, \dots, N\}$. Поскольку поступающий поток является пуассоновским с параметром λ , то при любых $t_0 \geq 0, \tau > 0$ число $Y(\tau)$ заявок, предложенных СМО на интервале $(t_0, t_0 + \tau)$ обладает пуассоновским распределением с параметром $\lambda\tau$:

$$P\{Y(\tau) = m\} = e^{-\lambda\tau} \frac{(\lambda\tau)^m}{m!}, \quad m = 0, 1, \dots$$

Полученное распределение является независимым от действий пакетов [4]. Тогда случайный процесс $X(t)$ является однородным ступенчатым марковским процессом.

Пусть $p_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{X(t) = (i)\}$. Так как все состояния процесса $\{X(t), t \geq 0\}$ взаимосвязаны, а их число конечно $(v + 1)$, то в силу эргодичности процесса $X(t), t \geq 0$ предельные вероятности p_i существуют, строго положительны, не зависят от начальных условий и удовлетворяют системе уравнений равновесия:

$$0 = -\lambda p_0 + \mu p_1, \quad (1)$$

$$0 = -(\lambda + i\mu)p_i + \lambda p_{i-1} + (i+1)\mu p_{i+1}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad (2)$$

$$0 = \lambda p_{N-1} - N\mu p_N. \quad (3)$$

Используя нормировочное условие $\sum_{i=0}^N p_i = 1$ и обозначая $\rho = \lambda/\mu$ получаем:

$$p_i = \frac{\rho^i}{i!} \frac{1}{\sum_{m=0}^N \frac{\rho^m}{m!}}, \quad i = \overline{0, N}. \quad (4)$$

Вероятность потери пакетов на входной линейной карте определяется как:

$$P_{\text{отк}_1} = p_N. \quad (5)$$

Пропускная способность (интенсивность выходного потока) системы Λ_1 определяется как среднее число заявок, которые обслуживаются системой в единицу времени:

$$\Lambda_1 = \left(\sum \lambda_i\right)(1 - P_{\text{отк}}) = \lambda(1 - P_{\text{отк}}). \quad (6)$$

Среднее число занятых портов:

$$N_1 = \rho(1 - P_{\text{отк}}). \quad (7)$$

Далее вызовы с общей интенсивностью $\Lambda_1 = \Lambda(1 - P_{\text{отк}})$ поступают на **блок обработки (фабрику коммутации)**, где происходит считывание заголовков, действия над пакетами, адресация на нужный выходной порт. Общий поток здесь разделяется на i потоков по степени критичности: Λ_{1_i} , где $\sum \Lambda_{1_i} = \Lambda_1$. Для каждого такого потока необходимо применение приоритизации при обслуживании. Далее предполагалось, что на фабрике коммутации применялись относительные приоритеты. Вероятности потерь по приоритетам в таком предположении напрямую зависят от числа заявок i -го потока (i -го приоритета).

Предположим, что в систему поступают i пуассоновских потоков разнотипных заявок с интенсивностями Λ_{1_i} , и функциями распределения длительностей обслуживания $B_i(t)$ с конечными двумя моментами b_i и $b_i^{(2)}$, $i = \overline{1, 4}$. Данные потоки пронумерованы в порядке убывания важности (приоритет 4 – самый неважный). Пусть заявки i -го потока образуют очередь равную номеру потока (i), а в момент окончания обслуживания на освободившийся прибор выбирается заявка из очереди, которая не пуста в данный момент, с минимальным номером. В СМО установлены относительные приоритеты в обслуживании заявок и заявки i -го потока обладают i -приоритетом.

В СМО с установившимся режимом вычислим средние очереди заявок каждого приоритета. Такой режим имеет место при коэффициенте загрузки прибора, меньшем единицы, т. е. при $R_4 = \sum_{i=1}^4 \Lambda_{1_i} b_i$, где R_i – среднее число заявок i -приоритета.

Введем обозначения: l_i – среднее число заявок i -го потока в СМО, q_i – среднее число заявок i -го потока в i -очереди, φ_i – среднее время пребывания заявок i -го потока в СМО, ω_i – среднее время ожидания заявок i -го потока в i -очереди.

По формулам Литтла имеем: $l_i = \Lambda_{1_i} \varphi_i$ и $q_i = \Lambda_{1_i} \omega_i$. Кроме того, $\varphi_i = \omega_i + b_i$ и $l_i = q_i + \rho_i$. Поэтому для нахождения средних характеристик достаточно вычислить все ω_i . Заметим некоторую поступающую в СМО заявку i -приоритета, и проследим за ее движением. Перед тем как эта заявка попадет на прибор, должно быть закончено обслуживание предыдущей заявки, обслужены все начатые заявки из очередей с номерами от 1 до j и вновь поступившие приоритетные заявки из потоков с номерами от 1 до $j - 1$. Для средних длительностей всех перечисленных событий имеем уравнение:

$$\omega_j = \sum_{i=1}^4 \rho_i \Delta_i + \sum_{i=1}^j \omega_i \Lambda_{1_i} b_i + \omega_j \sum_{i=1}^{j-1} \Lambda_{1_i} b_i. \quad (8)$$

Здесь $\Delta_i = (b_i^{(2)}) / (2b_i)$ – среднее время дообслуживания заявки i -го потока, если она находится на приборе; $\sigma = \sum_{i=1}^4 (i-1)^i \rho_i \Delta_i$ – среднее время дообслуживания заявки из суммарного потока; $\omega_i \Lambda_{1_i}$ – средняя i -очередь, $\omega_i \Lambda_{1_i} b_i$ – среднее время ее обслуживания; $\omega_j \Lambda_{1_i}$ – среднее число заявок i -приоритета, поступивших в СМО за время ожидания заявки j -приоритета ($i < j$), $\omega_j \Lambda_{1_i} b_i$ – среднее время их обслуживания. Из (8) получаем рекуррентное соотношение:

$$\omega_j = \frac{\sigma + \sum_{i=1}^{j-1} \rho_i \omega_i}{1 - R_j}, \quad \text{где } R_j = \sum_{i=1}^j \rho_i \quad (9)$$

Докажем теперь индукцией по j , что

$$\omega_j = \frac{\sigma}{(1 - R_{j-1})(1 - R_j)} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \Lambda_{1_i} b_i^{(2)}}{(1 - R_{j-1})(1 - R_j)}, \quad (10)$$

Действительно, непосредственно из (9) для первого потока имеем:

$$\omega_1 = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^i \Lambda_{1-i} b_i^{(2)}}{(1 - R_1)}.$$

Предположим, что ω_1 в форме (10) справедливо для всех значений $i < j$. Тогда подставим эти значения ω_1 в правую часть (9). Получим:

$$\omega_j = \frac{\sigma}{(1 - R_j)} \left[1 + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\rho_i}{(1 - R_{i-1})(1 - R_i)} \right], \quad (11)$$

а это дает (10), поскольку

$$\sum_{i=1}^{j-1} \frac{\rho_i}{(1 - R_{i-1})(1 - R_i)} = \frac{R_{j-1}}{(1 - R_{j-1})}.$$

Так как очередь сообщений ограничена $M(2 \leq M < \infty)$, то при ее переполнении заявки будут блокироваться с вероятностью:

$$P_{\text{отк}_2} = \rho^{M+1} \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{M+2}}, \quad \text{где } \rho = \sum \rho_i. \quad (12)$$

Вероятность блокировки каждого потока:

$$P_{\text{отк}_2_i} = \rho_i^{M+1} \frac{1 - \rho_i}{1 - \rho_i^{M+2}}. \quad (13)$$

Пропускная способность (интенсивность выходного потока) системы Λ_2 определяется как среднее число заявок, обслуживаемой системой в единицу времени:

$$\Lambda_2 = \left(\sum \Lambda_{1-i} \right) (1 - P_{\text{отк}_2}) = \Lambda_1 (1 - P_{\text{отк}_2}), \quad (14)$$

а также каждого потока в отдельности:

$$\Lambda_{2_i} = \Lambda_{1_i} (1 - P_{\text{отк}_2_i}). \quad (15)$$

Далее выходной поток поступает на **выходную линейную карту**. Выходной поток Λ_2 распределяется на выходные порты в соответствии с матрицей коммутацией (маршрутизацией). Таким образом, на каждый выходной порт поступит $\Lambda_{(2-n)} = P_n \Lambda_2$ поток, причем $\sum P_n = 1$, $n = \overline{1, N}$. Каждый порт представляет собой одноканальную СМО с очередью размерностью L_n . Скорости обслуживания заявок независимы и имеют экспоненциальное распределение с интенсивностью $\mu_{\text{вых}}$. Заявки, поступающие в переполненную систему (т. е. когда занят прибор и все L_n места для ожидания), блокируются и не оказывают влияния на работу системы.

Опишем функционирование случайного процесса. Обозначим $v(t)$ - число заявок (сообщений) в системе в момент времени t . Т. к. входящий поток - пуассоновский и независим от времен обслуживания пакетов и остаточное время обслуживания пакетов (после нахождения в очереди) также независимы от поведения системы до момента времени t , то случайный процесс $\{v(t), t \geq 0\}$ является марковским, причем в силу стационарности пуассоновского

потока и одинакового распределения времен обслуживания сообщений, он обладает свойством однородности. Множество состояний X процесса $\{v(t), t \geq 0\}$ имеет вид $X = \{0, 1, 2, \dots\}$.

Пусть $p_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{v(t) = (i)\}$. Так как все состояния процесса $\{v(t), t \geq 0\}$ сообщаются, а их число конечно, то в силу эргодичности процесса $\{v(t), t \geq 0\}$ предельные вероятности p_i существуют, строго положительны, не зависят от начальных условий и удовлетворяют системе уравнений равновесия:

$$0 = -\Lambda_{2_n} p_0 + \mu_{\text{вых}} p_1, \quad (16)$$

$$0 = -(\Lambda_{2_n} + \mu_{\text{вых}}) p_i + \Lambda_{2_n} p_{i-1} + \mu_{\text{вых}} p_{i+1}, \quad i = \overline{1, L_n - 1}, \quad (17)$$

$$0 = -\mu_{\text{вых}} p_{1+L_n} + \Lambda_{2_n} p_{L_n}. \quad (18)$$

С учетом условия нормировки получаем:

$$p_i = p_0 + \frac{\rho^i}{c^{i-1}} p_0, \quad \text{при } i = \overline{1, L_n} \quad (19)$$

где $\rho = \Lambda_{2_n} / \mu_{\text{вых}}$, а p_0 определяется из условия нормировки $\sum_{i=0}^c p_i = 1$. Тогда:

$$p_0 = \left[1 + \rho \cdot \frac{1 - (\rho)^{L_n+1}}{1 - \rho} \right]^{-1}. \quad (20)$$

Вероятность блокировки на каждом порту:

$$P_{\text{отк_вых}_n} = p_{L_n} \quad (21)$$

Пропускная способность системы (выходная интенсивность) $\Lambda_{\text{вых}_n}$ определяется как среднее число заявок, обслуженных системой в единицу времени:

$$\Lambda_{\text{вых}_n} = \Lambda_{2_n} (1 - P_{\text{отк_вых}_n}) \quad (22)$$

Таким образом, на основании разработанной математической модели сетевого узла сети пакетной передачи возможно оценить вероятности потерь и временные задержки, а также пропускную способность сетевого узла.

4. ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛИ СЕТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

На основании разработанной математической модели сетевого узла возможно разработать имитационную модель сети передачи данных, состоящую из нескольких сетевых узлов, соединенных согласно заданной топологии. В рамках данной статьи рассматривается топология, приведенная на рис. 2.

В данной топологии используются такие сетевые узлы, как маршрутизатор и коммутатор. Они идентичны при описании в функциональных моделях, отличаются лишь численными характеристиками устройства. В данной статье использовались следующие входные данные (табл. 1): Имитационное моделирование проводилось в среде Anylogic [4–15]. Имитационная модель рассматриваемой топологии представлена на рис. 3, которая представляет собой кольцевую схему, содержащую 2 пограничных маршрутизатора и 8 коммутаторов. С учетом особенностей моделирования в среде Anylogic в имитационной модели выделены следующие фрагменты:

- Пограничный маршрутизатор и 2 последовательно подключенных к нему коммутатора (2 фрагмента, выделенных розовым цветом, рис. 3);

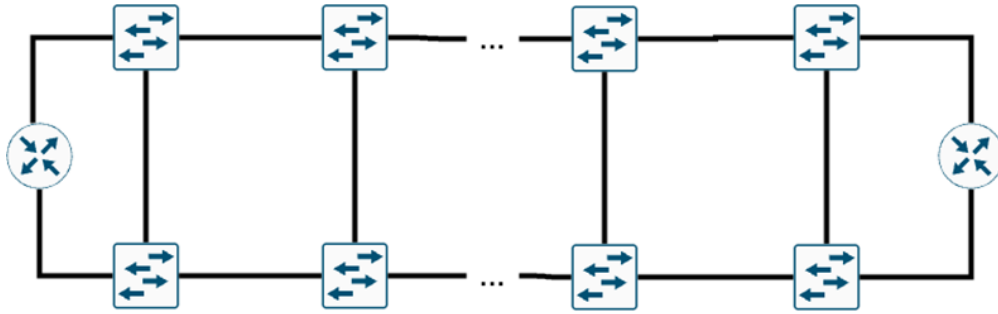


Рис. 2. Топология моделируемой сети передачи данных

Таблица 1. Исходные данные для моделирования сетевого узла

Характеристика	Параметр модели
Скорость входного порта (линка)	Скорость обслуживания во входной линейной карте
Пропускная способность	Скорость обслуживания в фабрике коммутации
Буферная память	Очередь фабрики коммутации
Скорость выходного порта	Скорость обслуживания во входной линейной карте
Буфер передачи (TX Buffer)	Очередь на порту выходной линейной карты

– 3 последовательно соединенных коммутатора (4 фрагмента, выделенные желтым цветом, рис. 3).

Это было сделано исходя из того, что при наличии большого количества элементов на одном фрагменте работа программы может быть затруднена из-за больших потребностей в ресурсах.

Разработанная имитационная модель позволяет применить входные параметры сетевых узлов (характеристики технических паспортов маршрутизаторов и коммутаторов) и рассчитать выходные характеристики показателей качества обслуживания.

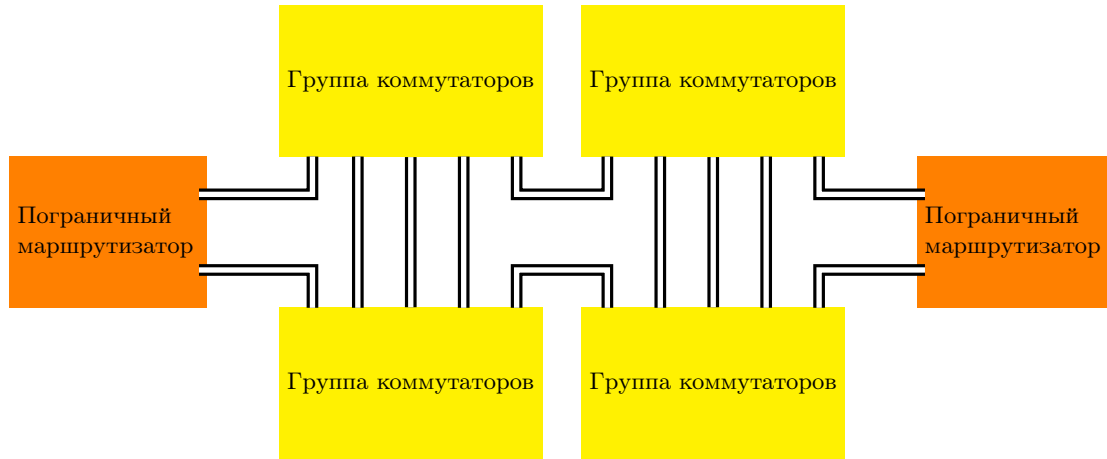


Рис. 3. Имитационная модель топологии сети передачи данных

5. РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

В результате моделирования были получены численные значения для общей вероятности потерь пакетов на всей сети передачи данных (рис. 4), временная задержка на прохождения

пакета через сеть (16 мкс), а также пропускная способность. В качестве исходных данных использовались характеристики коммутатора [16]. На основании полученных результатов возможно выбирать подходящие сетевые узлы (путем изменения входных параметров модели), а также оценивать информационное воздействие на них.

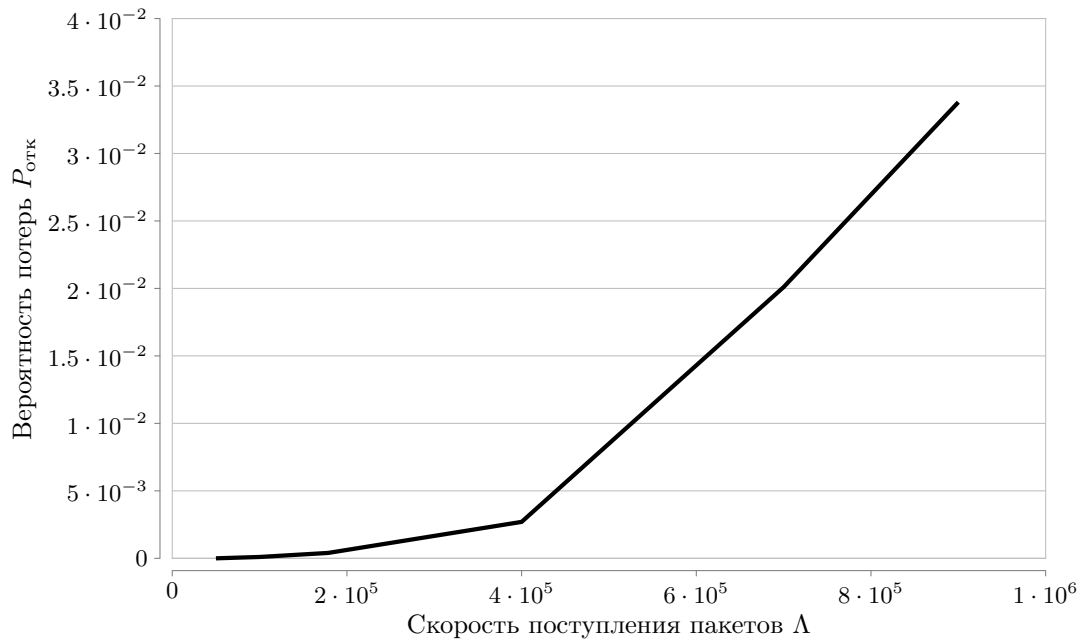


Рис. 4. График зависимости вероятности потерь от скорости поступления пакетов

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье предложена математическая модель современного сетевого узла для оценки вероятности потерь, временной задержки и пропускной способности на каждом этапе прохождения пакета через сетевой узел. Также была предложена имитационная модель сети передачи данных, состоящей из сетевых узлов. На основании входных данных с помощью имитационной модели возможно оценить временную задержку через сеть передачи данных, общую вероятность потерь пакетов на сети и пропускную способность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. – М.: Мир, 1979. – 600 с.
2. Основы теории вычислительных систем / С. А. Майоров, Г. И. Новиков, Т. И. Алиев, Э. И. Махарев, Б. Д. Тимченко. – М.: Высшая школа, 1978. – 408 с.
3. Жожикашвили В. А., Вишневский В. М. Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. – 192 с.: ил.
4. Муравьев К. А., Терехов В. В. Анализ показателей качества систем передачи данных //Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – 2018. – Т. 1. – С. 128-133.
5. Боев В. Моделирование в среде anylogic. Учебное пособие для СПО. – Litres, 2022.
6. Anylogic // Официальная документация [Электронный ресурс]: <https://www.anylogic.ru/downloads/>

7. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ. под ред. В.И. Неймана. — М.: Машиностроение, 1979. — 452 с.
8. Башарин Г. П. Лекции по математической теории телетрафика. Учебное пособие. — 2009.
9. Сущенко С. П. и др. Математические модели компьютерных сетей. — 2017.
10. Кручинин С. В. Математическая модель контролируемых устройств // Известия Волгоградского государственного технического университета. — 2013. — №. 14. — С. 19-20.
11. Соколов Н. А. Задачи планирования сетей электросвязи //СПб.: Техника связи. — 2012.
12. Легков К. Е., Буренин А. Н. Модели организации информационной управляющей сети для системы управления современными инфокоммуникационными сетями // Научные технологии в космических исследованиях Земли. — 2012. — Т. 4. — №. 1. — С. 14-16.
13. Мельников А. В., Домбровский К. А. Объектно-ориентированная имитационная модель мульти-сервисной IP-сети // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. — 2008. — №. 1 (21). — С. 91-98.
14. Войцехович А. С., Гайкова Л. В. ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕДАЧИ ПАКЕТОВ ДАННЫХ В ЛОКАЛЬНОЙ СЕТИ // Информационные системы и технологии 2015. — 2015. — С. 94-94.
15. Development of a routing protocol based on clustering in manet. Muratchaev S., Volkov A. Communications in Computer and Information Science. 2021. Т. 1396. С. 287-295.
16. Datasheet Gazelle S1020i (A) // Официальная документация Raisecom Technology Co. [Электронный ресурс]: [https://www.raisecom.ru/Datasheet/Gazelle%20S1020i%20\(A\)%20Product%20Description%20\(Rel_07\).pdf](https://www.raisecom.ru/Datasheet/Gazelle%20S1020i%20(A)%20Product%20Description%20(Rel_07).pdf)

Mathematical modeling of network nodes and topologies of modern data transmission networks

**V. M. Antonova, I. G. Buzhin, V. S. Gnezdilov, N. A. Grechishkina,
N. A. Kuznetsov, Yu. B. Mironov**

Mathematical and simulation models of network nodes and the simplest topologies of modern data transmission networks have been developed. The functional model of a modern network node is described, and its mathematical model is developed. A simulation model of a topology consisting of network nodes has been developed to evaluate probabilistic and temporal indicators of the quality of service of a communication network. Based on the simulation model, a graph of the dependence of the probability of packet loss on the packet arrival rate for the topology under study was obtained.

KEYWORDS: mathematical modeling, network node, simulation modeling, quality of service.